$M \in (BA)\backslash\{B\}$ donc Δ = méd[OM] et méd[OB] = (IJ) sont sécantes

$\boxtimes$ $M \in (BA) \Rightarrow S(M)=N \in S(\langle(BA)\rangle)=(JI)$ car $S(B) = J$ et $S(A) = I$

$$\boxplus\ S(M) = N \Leftrightarrow \begin{cases} ON = \dfrac{\sqrt{2}}{2} OM \\ \widehat{\left(\overrightarrow{OM};\overrightarrow{ON}\right)} \equiv \dfrac{-\pi}{4} \quad [2\pi] \end{cases}$$

D'après le thérème d'ELKACHI on peut dire que :

$$NM^2 = ON^2 + OM^2 - 2.ON.OM.\cos\left(\frac{-\pi}{4}\right)$$

$$= ON^2 + \frac{4}{2}ON^2 - 2.ON\frac{2}{\sqrt{2}}ON.\frac{\sqrt{2}}{2} = ON^2$$

D'où NM = ON ce qui donne $N \in \Delta$ = méd[OM]

Bilan : $\{N\} = \Delta \cap (IJ)$. (d'après $\otimes$, $\boxtimes$ et $\boxplus$)

2)a- I' est le projeté orthogonal de A sur $(I'B)$ car $OBI'A$ est un carré
or on a déjà montrer que $B = I' * J'$ donc $(I'B) = (I'J')$
donc I' est le projeté orthogonal de A sur $(I'J')$ qui est la directrice de $\mathscr{P}$
de plus $AI' = AO$ car $OBI'A$ est un carré
signifie que $AO = d(A;(I'J'))$ signifie que $A \in \mathscr{P}$(car O est le foyer de $\mathscr{P}$et $(I'J')$ sa directrice).

• $OBI'A$ est un carré
$\Rightarrow$ B est le projeté orthogonal de O sur $(BI') = (I'J')$
$\Rightarrow$ (BO) est l'axe focal de $\mathscr{P}$
D'autre part (BO) est la médiatrice de [AC]
donc $C = S_{(BO)}(A)$
et comme $A \in \mathscr{P}$alors $C \in \mathscr{P}$ (car (BO), l'axe focal de $\mathscr{P}$ est un axe de symétrie de $\mathscr{P}$)

$\star$ I' est le projeté orthogonal de A sur la directrice $(I'J')$ de $\mathscr{P}$
$\Rightarrow$ la tangente à $\mathscr{P}$en A est la méd$[OI']$ = (AB).
$\otimes$ (AB) est la tangente à $\mathscr{P}$en A
donc $S_{(BO)}(\langle(AB)\rangle)$ = (BC) est la tangente à $\mathscr{P}$en $S_{(BO)}(A) = C$
(car (BO), l'axe focal de $\mathscr{P}$ est axe de symétrie de $\mathscr{P}$)

b- • B est le projeté orhogonal du foyer O de $\mathscr{P}$
$\Rightarrow$ méd[OB] = (IJ) est la tangente au sommet de $\mathscr{P}$